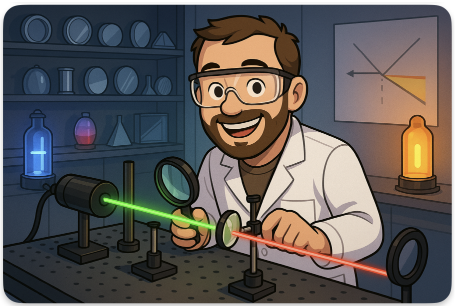
Bases de l'Optique géométrique

Cours

v1.1

Lycée de Cachan – 63 Avenue du Président Wilson 94230 Cachan - Académie de Créteil



Compétences visées:

- Définir le modèle de l'optique géométrique.
- Indiquer les limites du modèle de l'optique géométrique.
- Réflexion, réfraction. Lois de Snell-Descartes.
- Établir la condition de réflexion totale.
- Cas du prisme et de la fibre optique.
- Établir les expressions du cône d'acceptance d'une fibre à saut d'indice.

Table des matières

I Modélisation de la Lumière et Lois de Snell-Descartes

Définition : Modèle de l'optique géométrique

L'optique géométrique repose sur la notion de **rayon lumineux** : Un rayon lumineux est une ligne orientée représentant la direction de propagation de la lumière.

Formule : Indice de réfraction

L'indice de réfraction n d'un milieu transparent est défini par le rapport :

$$n = \frac{c}{v} \geq 1$$

où c est la célérité dans le vide et v la vitesse dans le milieu.

Attention : Limites du modèle

Le modèle de l'optique géométrique n'est valide que si les dimensions des obstacles rencontrés par la lumière sont très supérieures à la longueur d'onde λ (typiquement $a \gg 1\mu m$). Sinon, le phénomène de **diffraction** apparaît.

A Lois de Snell-Descartes

A-1 Cas général

Propriété : Trois rayons caractéristiques

Quand un rayon lumineux **incident** s'approche d'un dioptre, il apparaît un rayon **réfléchi** et un rayon **réfracté**, on peut le résumer à l'aide d'un schéma :

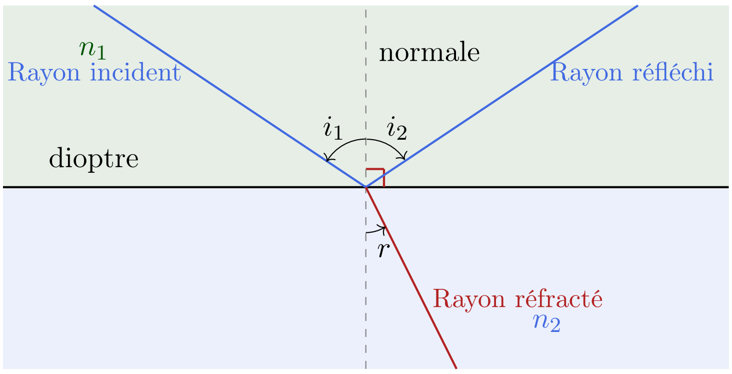


Figure 1 – Les trois rayons caractéristiques

Rappel

Les angles d'incidence et de réfraction sont toujours mesurés par rapport à la normale au dioptre.

A-2 Réfraction à l'interface d'un dioptre

Définition : Les deux lois de la réfraction

1. Le rayon incident, le rayon réfracté, le rayon réfléchi et la normale sont dans un même plan.
2. La relation qui lie l'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction r :

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(r)$$

où n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des milieux 1 et 2 respectivement.

Remarque

- Si $n_2 > n_1$, alors $r < i_1$: le rayon se **rapproche de la normale**.
- Si $n_2 < n_1$, alors $r > i_1$: le rayon s'**écarte de la normale**.

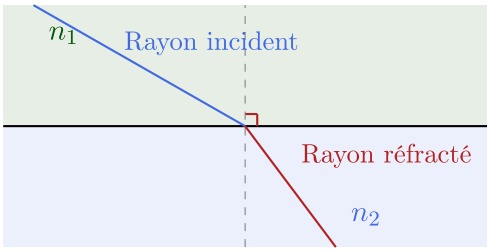


FIGURE 2 – Réfraction quand : $n_1 < n_2$

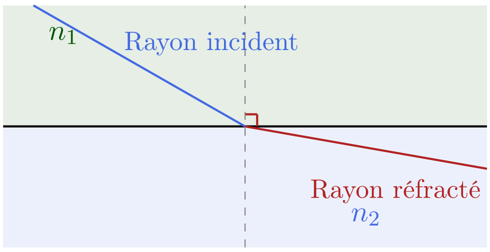


FIGURE 3 – Réfraction quand : $n_1 > n_2$

Exercice 1 **Un bijoutier physicien** (★)

Le diamant, l'oxyde de zirconium et la moissanite sont identifiables par leur indice de réfraction. Pour connaître la nature d'une pierre, un bijoutier l'éclaire avec un angle d'incidence connu. **De la mesure de l'angle de réfraction, il en déduit l'indice de réfraction de la pierre**. Auparavant, il procède au réglage de son dispositif en éclairant une émeraude avec un angle d'incidence $i = 35°$. Il mesure alors l'angle de réfraction $r_1 = 21°$

Données

Indices de réfraction de cristaux :
- Émeraude : $n = 1,6$
- Diamant : $n = 2,4$
- Oxyde de zirconium : $n = 2,1$
- Moissanite : $n = 2,7$

L'indice de réfraction de l'air vaut 1.

Q1 Déterminer la valeur théorique de l'angle de réfraction dans l'émeraude. Le dispositif est-il bien réglé ?

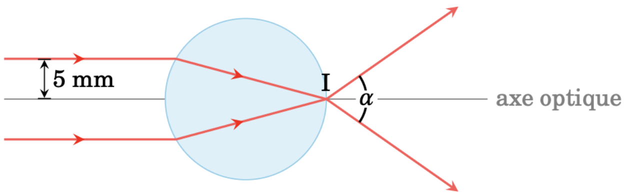
Pour la pierre qu'il souhaite identifier, il mesure un angle de réfraction $r_2 = 16°$.

Q2 Déterminer l'indice de réfraction de la pierre que le bijoutier souhaite identifier.

Q3 Identifier la nature de cette pierre à l'aide des données.

Exercice 2 Focalisation dans une bille (★★★)

Considérons une bille sphérique transparente d'indice de réfraction n et de rayon $R = 10$ mm. On envoie un ensemble de rayons lumineux parallèles à l'axe optique et écartés de $5,0$ mm par rapport à celui-ci.



Q1 Quelle valeur faut-il donner à l'indice n pour que les rayons convergent en I ?

Q2 Quel angle α forme le faisceau sortant de la bille ?

A-3 La réflexion totale

Définition : La réflexion totale

La réflexion totale est un phénomène optique qui se produit lorsqu'un rayon lumineux rencontre le dioptre sans se propager dans le deuxième milieu.

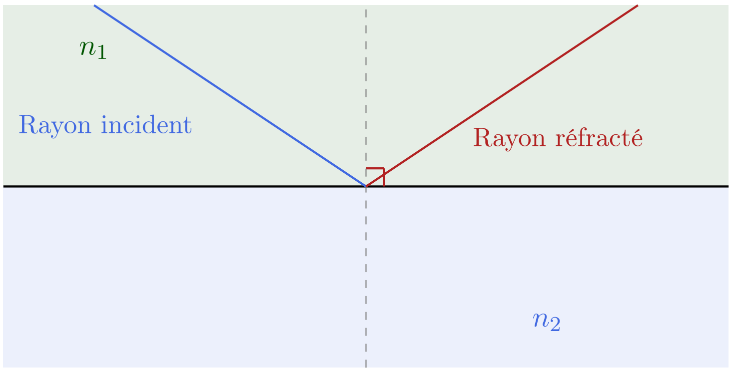


FIGURE 4 – Cas de la réflexion totale

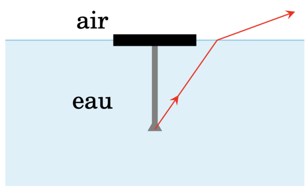
Propriété : Conditions de réflexion totale

La réflexion totale se produit uniquement si les conditions nécessaires suivantes sont respectées :
- Le rayon lumineux doit passer de l'indice de réfraction n_1 à un milieu ayant un indice de réfraction n_2 tel que $n_1 > n_2$.
- L'angle d'incidence i doit être supérieur à un certain angle limite i_{lim}, appelé **angle de la réflexion totale**, tel que :

$$sin(i_{lim}) = \frac{n_2}{n_1}$$

Exercice 3 **Le clou invisible** (★★)

On fait flotter sur l'eau un disque circulaire et opaque, de rayon $R = 5\ cm$, portant en son centre O un clou plongeant verticalement dans l'eau. Le clou est invisible pour toute position de l'œil au-dessus du plan de la surface du liquide.L'indice de l'eau vaut 1,33.



Q1 Quelle est au maximum la longueur l du clou ?

Exercice 4 Etude d'un prisme - *IUT Génie Biologique Créteil* (★★★)

Un rayon lumineux monochromatique traverse un prisme en verre d'angle A, comme représenté sur la `Figure 15`. Le rayon arrive avec un angle d'incidence i sur la première face du prisme. Il subit une première réfraction avec un angle θ, traverse le prisme, puis ressort en subissant une seconde réfraction avec un angle θ', formant un angle d'émergence i'. La déviation globale du rayon est notée D, c'est-à-dire l'angle entre la direction initiale et la direction finale du rayon.

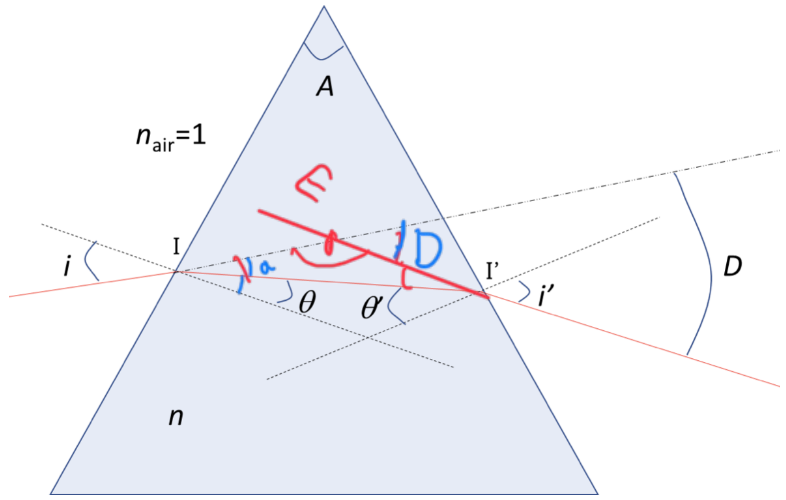


FIGURE 5 – Déviation d'un rayon lumineux par un prisme optique (schéma simplifié)

Q1 Rappeler les lois de Snell-Descartes utilisées aux deux interfaces du prisme (entrée et sortie).

Q2 En exprimant la somme des angles $\widehat{IAI'} + \widehat{AI'I} + \widehat{II'A}$, montrer que les angles θ et θ' à l'intérieur du prisme vérifient la relation :

$$A = \theta + \theta'$$

Appelons E le point où se croisent les prolongements des rayons incidents et émergents. Nous obtenons alors le triangle EII.

Q3 Exprimer les angles $\widehat{IEI'}$, $\widehat{II'E}$ et $\widehat{EII'}$ en fonction de D, i, i', θ et θ', puis montrer que :

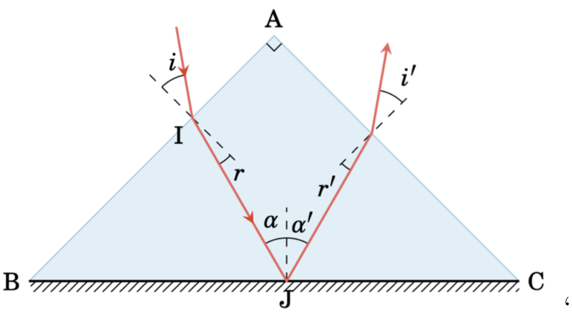
$$D = i - \theta + \theta' - i'$$

Q4 Exprimer l'angle de déviation D en fonction des angles d'incidence i, d'émergence i' et de l'angle du prisme A.

Q5 D est minimum (D_m) pour $i = i' = i_m$. Montrer que dans ce cas il existe une relation simple entre Dm, A et n.

Exercice 5 Prisme sur un miroir (★★★)

On considère un prisme en verre dont la base est un triangle rectangle isocèle. On pose ce prisme sur un miroir plan comme indiqué sur la figure ci-contre. Un rayon lumineux incident en I est réfracté puis réfléchi puis une dernière fois réfracté.



Q1 Démontrer que $i = i'$ puis exprimer la déviation D en fonction de i.

B Principe de fonctionnement de la fibre optique

B-1 Différents types de fibres

Propriété : Plusieurs types

Il existe **trois grandes familles** de fibres optiques :

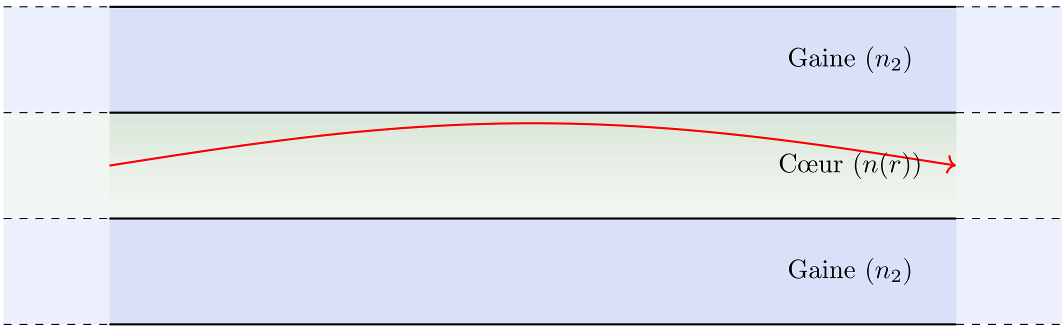


Figure 6 – **Fibre à gradient d'indice :** l'indice décroît progressivement du centre vers l'extérieur

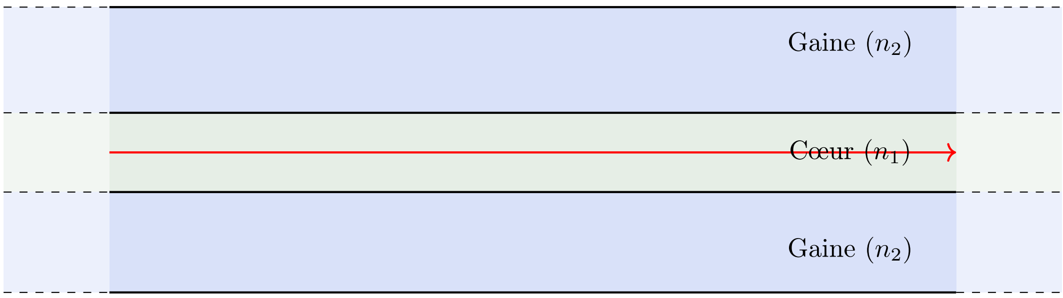


Figure 7 – **Fibre monomode :** Le rayon est confiné au centre de la fibre (cœur très fin).

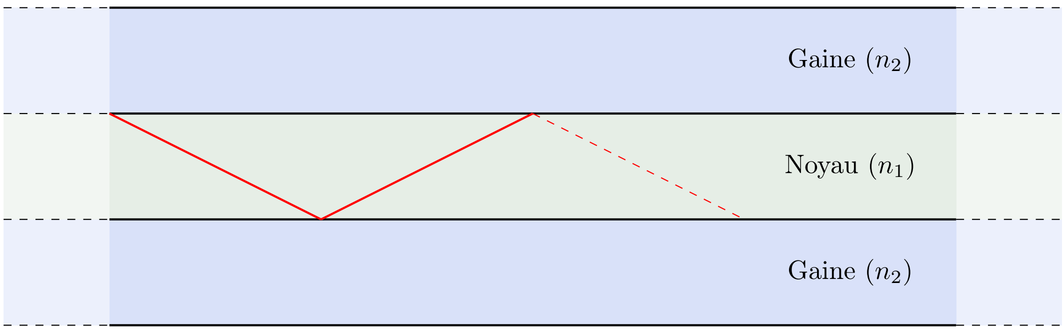


Figure 8 – **Fibre à saut d'indice :** le coeur et la gaine sont d'indices différents

B-2 Fibre optique à saut d'indice

Propriété : Principe de fonctionnement d'une fibre optique à saut d'indice

La lumière est **guidée par rebonds successifs** (réflexion totale) à l'intérieur du cœur, sans quitter la fibre, ce qui permet une transmission efficace de l'information optique sur de longues distances.

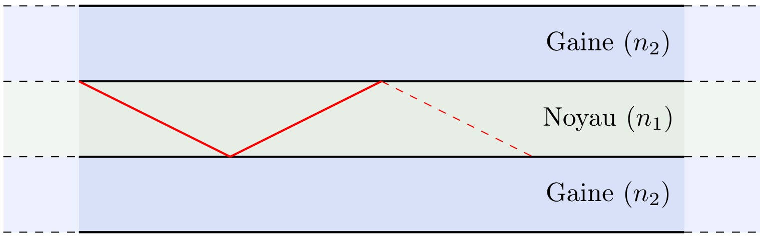


FIGURE 9 – Schéma représentant un morceau d'une fibre d'une fibre optique à saut d'indice

B-3 Angle d'ouverture et ouverture numérique

Définition : Ouverture numérique

L'**ouverture numérique (NA)** d'une fibre optique caractérise sa capacité à capter la lumière. Elle dépend des indices du cœur (n_1) et de la gaine (n_2) :

Démonstration : Ouverture numérique d'une fibre optique à saut d'indice

Exercice 6 Étude complète d'une fibre optique (★★)

On étudie la fibre optique suivante, ayant $n_1 = 1{,}48$ et $n_2 = 1{,}46$. Sa longueur est $L = 1{,}00\,\text{km}$. On donne l'indice de réfraction de l'air : $n_{\text{air}} = 1{,}00$.

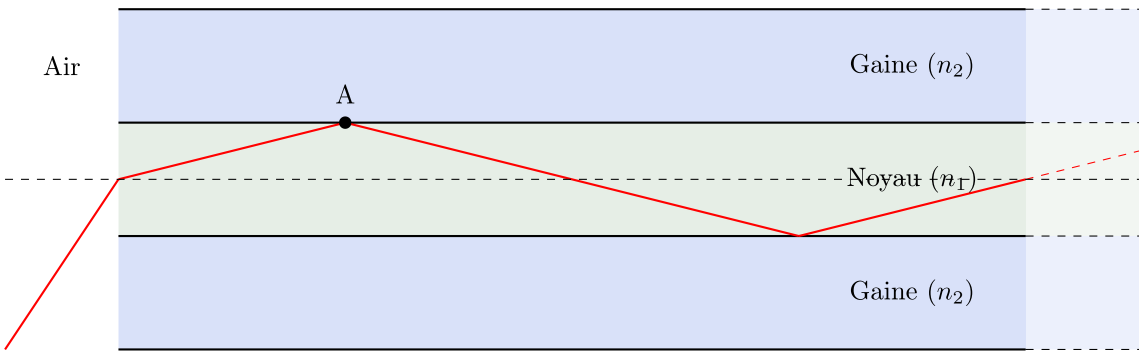


FIGURE 10 – Schéma de la fibre optique

On note θ l'angle d'incidence du rayon entrant dans la fibre optique. On note θ_1 l'angle réfracté lié au l'entrée du rayon dans la fibre. On note i_1 l'angle entre la normale et le rayon incident au point A.

Q1 Tracer la normal au point A et placer les angles θ, θ_1 et i_1 sur le schéma de la `Figure ci-dessus`.

Q2 Peut-on observer le phénomène de réflexion totale du faisceau lumineux lors du passage de l'air au cœur de la fibre ? Justifier votre réponse.

Q3 Déterminer la valeur de l'angle limite noté i_{limite} permettant d'obtenir réflexion totale lors du passage du cœur à la gaine.

On suppose que $\theta = 10°$:

Q4 Déterminer la valeur de l'angle θ'.

Q5 Déterminer la valeur de l'angle i_1.

Q6 Y-a-t-il réflexion totale entre le cœur et la gaine ?

Q7 Même questions pour $\theta = 20°$.

Q8 En déduire la valeur limite de θ, notée θ_{limite}, permettant d'obtenir la réflexion totale entre le cœur et la gaine.

Jusqu'à la fin de l'exercice, on suppose que $\theta = \theta_{\text{limite}} = 14°$:

Q9 Déterminer la valeur de l'angle θ'.

Q10 Déterminer la valeur de la plus petite durée de parcours t_{min} de la lumière dans le cœur de la fibre.

Q11 Déterminer la valeur de la plus grande durée de parcours t_{max} de la lumière dans le cœur de la fibre.

Q12 En déduire la différence de temps Δt maximale entre deux signaux dans cette fibre.